# 图南少年数学人才搜索

贾振鹏

2026 年 4 月 18 日

# 目　　录

# 第 1 届图南少年数学人才搜索

校名: ________省________________ 年级: ____________ 姓名: ____________

**考前说明**

考试时间: 2026 年 3 月 29 日 9:00-10:00. 试卷共 4 道试题, 每题 25 分, 满分 100 分.

**题 1.1**

偶数 $x$、$y$、$z$ 满足不等式 $x^2+2y^2+z^2+58<4x+yz+14z$. 求 $x+y^z$ 的值.

**题 1.2**

如图 1.1, 四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABD=\angle ACB=\angle ADB=75^\circ$, $AC=7$, $BC=2$. 求 $CD$.

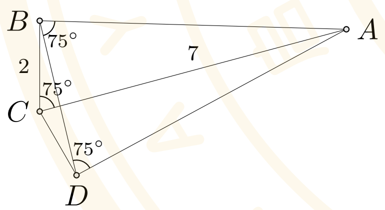


图 1.1

**题 1.3**

求十进制数 $47^{37^{27}}$ 化为七进制后的末两位数字.

**题 1.4**

将 $1, 2, \cdots, 17$ 按某一顺序排成一行, 使得任意相邻 4 个数的和都不大于 $n$. 求能够排成时 $n$ 的最小值.

# 第 2 届图南少年数学人才搜索

校名: ______ 省 ______ 年级: ______ 姓名: ______

**考前说明**

考试时间: 2026 年 4 月 5 日 9:00-10:00. 试卷共 4 道试题, 每题 25 分, 满分 100 分.

**题 2.1**

已知三次多项式 $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, 且当 $x=1,2,3,4$ 时, $f(x)$ 的值分别为 $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{11}$, 求 $a+d$ 的值.

**题 2.2**

$\triangle ABC$ 中, $BC=28$, $AC=45$, $AB=53$, $P$ 在边 $AB$ 上, $Q$ 是 $CP$ 与 $\triangle ABC$ 的外接圆的另一交点. 求证: $PQ<\frac{2809}{12\sqrt{70}}$.

**题 2.3**

求最小的正整数 $k$, 使得 $8^k \equiv 1 \pmod{81}$.

**题 2.4**

正 19 边形的每个顶点用红、黄、蓝三色之一染色. 由三个同色顶点确定的三角形称为同色三角形. 证明: 无论怎么染色, 由这 19 个顶点可以确定两个同色三角形, 这两个三角形全等, 而且顶点的颜色全相同.

# 第 3 届图南少年数学人才搜索

校名: ______ 省 ______ 年级: ______ 姓名: ______

**考前说明**

考试时间: 2026 年 4 月 12 日 9:00-10:40. 试卷共 4 道试题, 每题 25 分, 满分 100 分.

**题 3.1**

整数 $a, b, c$ 满足不等式

$$a^2 + 2b^2 + c^2 + 17 < ab + 7b + 7c.$$

求所有这样的有序整数组 $(a, b, c)$.

**题 3.2**

如图 3.1, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 2BC$, $I$ 是其内心, $E$ 是内切圆 $\odot I$ 与边 $AC$ 的切点, $BE$ 与 $\odot I$ 的另一交点为 $P$. 求证: $A$、$B$、$P$、$I$ 四点共圆.

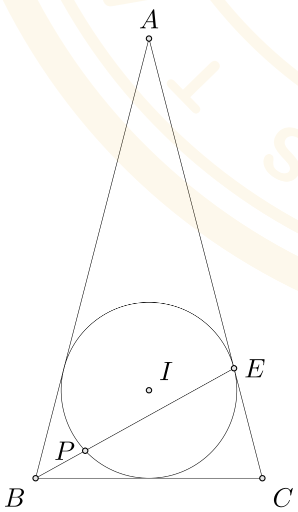


图 3.1

**题 3.3**

已知 $x, y$ 是正整数, 质数 $p > x$. 求证: 存在正整数 $n$, 使得 $p \mid x^n - n^y$.

**题 3.4**

如图 3.2, 平面上网格 $11 \times 11$, 将每个格点任意染上红、黄、蓝三色之一.
求证: 总存在一个由图中网格线围成的矩形, 其 4 个顶点为同色格点.

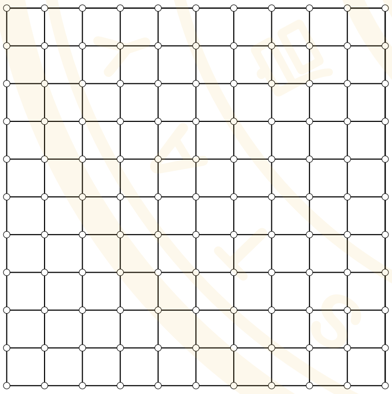

图 3.2

# 第 4 届图南少年数学人才搜索

校名: ______ 省 ______ 年级: ______ 姓名: ______

**考前说明**

考试时间: 2026 年 4 月 19 日 9:00-10:40. 试卷共 4 道试题, 每题 25 分, 满分 100 分.

**题 4.1**

求所有三元正整数组 $(p,q,n)$, 其中 $p$ 和 $q$ 为素数, 且满足

$$20p+26q=n^2+48.$$

**题 4.2**

如图 4.1, $\triangle ABC$ 满足 $AB<AC$, 外接圆为 $\Omega$, 外心为 $O$, 内心为 $I$. 不含 $A$ 的 $\overset{\frown}{BC}$ 的中点为 $M$. 直线 $OI$ 交 $\Omega$ 于 $E$ 和 $F$, 直线 $BC$ 交 $ME$、$MF$ 分别于 $K$、$L$. 已知 $IA=IM$. 求证: $IKML$ 是矩形.

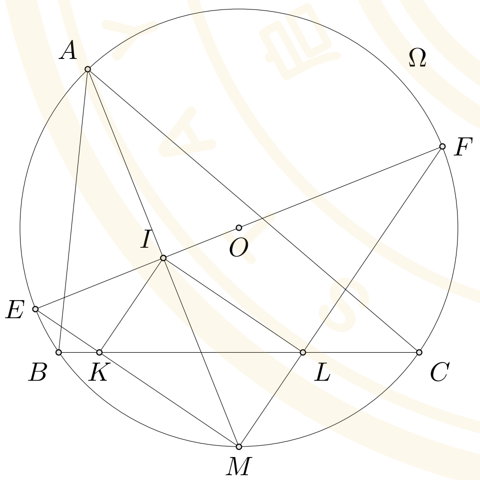


图 4.1

**题 4.3**

求最大的正整数 $n$, 使得存在 $i \in \{0,1,2,\cdots,2026\}$, 满足

$$(n+i)^2 \mid n(n+1)(n+2)\cdots(n+2026).$$

**题 4.4**

将正 2026 边形的所有顶点, 一半染成红色, 一半染成蓝色. 若一条直线经过其中的一个红点和一个蓝点, 并且在该直线的每一侧, 红点数与蓝点数相同, 则称此直线为靓线. 求证: 过每个顶点至少有一条靓线, 并求图中靓线条数的最值.