

图南少年数学人才搜索

费培鹏

2026年5月16日

目 录

目 1	第 1 届图南少年数学人才搜索	1
目 2	第 2 届图南少年数学人才搜索	3
目 3	第 3 届图南少年数学人才搜索	5
目 4	第 4 届图南少年数学人才搜索	7
目 5	第 5 届图南少年数学人才搜索	9
目 6	第 6 届图南少年数学人才搜索	11
目 7	第 7 届图南少年数学人才搜索	13
目 8	第 8 届图南少年数学人才搜索	15

第 1 届图南少年数学人才搜索

校名: _____ 省 _____ 年级: _____ 姓名: _____

考前说明

考试时间: 2026 年 3 月 29 日 9:00-10:00. 试卷共 4 道试题, 每题 25 分, 满分 100 分.

题 1.1

(供题: 费振鹏)

偶数 x, y, z 满足不等式 $x^2 + 2y^2 + z^2 + 58 < 4x + yz + 14z$. 求 $x + y^z$ 的值.

题 1.2

(供题: 费振鹏)

如图 1.1, 四边形 $ABCD$ 中, $\angle ABD = \angle ACB = \angle ADB = 75^\circ$, $AC = 7$, $BC = 2$. 求 CD .

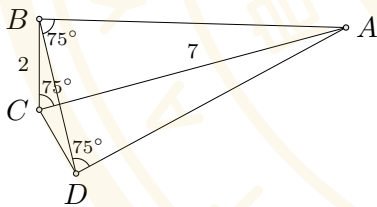


图 1.1

题 1.3

(供题: 费振鹏)

求十进制数 $47^{37^{27}}$ 化为七进制后的末两位数字.

题 1.4

(供题: 费振鹏)

将 $1, 2, \dots, 17$ 按某一顺序排成一行, 使得任意相邻 4 个数的和都不大于 n . 求能够排成时 n 的最小值.

第 2 届图南少年数学人才搜索

校名: _____ 省 _____ 年级: _____ 姓名: _____

考前说明

考试时间: 2026 年 4 月 5 日 9:00-10:00. 试卷共 4 道试题, 每题 25 分, 满分 100 分.

题 2.1

(供题: 费振鹏)

已知三次多项式 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, 且当 $x = 1, 2, 3, 4$ 时, $f(x)$ 的值分别为 $\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{8}, \frac{1}{11}$, 求 $a + d$ 的值.

题 2.2

(供题: 费振鹏)

$\triangle ABC$ 中, $BC = 28, AC = 45, AB = 53$, P 在边 AB 上, Q 是 CP 与 $\triangle ABC$ 的外接圆的另一交点. 求证: $PQ < \frac{2809}{12\sqrt{70}}$.

题 2.3

(供题: 费振鹏)

求最小的正整数 k , 使得 $8^k \equiv 1 \pmod{81}$.

题 2.4

(供题: 费振鹏)

正 19 边形的每个顶点用红、黄、蓝三色之一染色. 由三个同色顶点确定的三角形称为同色三角形. 证明: 无论怎么染色, 由这 19 个顶点可以确定两个同色三角形, 这两个三角形全等, 而且顶点的颜色全相同.

第 3 届图南少年数学人才搜索

校名: _____ 省 _____ 年级: _____ 姓名: _____

考前说明

考试时间: 2026 年 4 月 12 日 9:00-10:40. 试卷共 4 道试题, 每题 25 分, 满分 100 分.

题 3.1

(供题: 费振鹏)

整数 a, b, c 满足不等式

$$a^2 + 2b^2 + c^2 + 17 < ab + 7b + 7c.$$

求所有这样的有序整数组 (a, b, c) .

题 3.2

(来源: 成 题)

如图 3.1, $\triangle ABC$ 中, $AB = AC = 2BC$, I 是其内心, E 是内切圆 $\odot I$ 与边 AC 的切点, BE 与 $\odot I$ 的另一交点为 P . 求证: A, B, P, I 四点共圆.

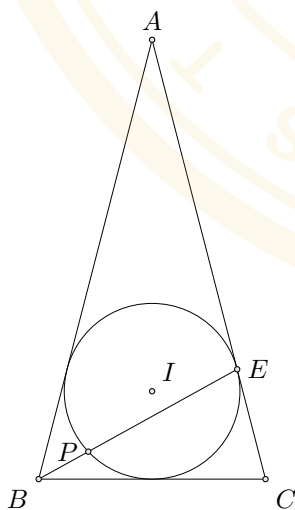


图 3.1

题 3.3

(供题: 费振鹏)

已知 x, y 是正整数, 质数 $p > x$. 求证: 存在正整数 n , 使得 $p \mid x^n - n^y$.

题 3.4

(供题: 费振鹏)

如图 3.2, 平面上网格 11×11 , 将每个格点任意染上红、黄、蓝三色之一.
求证: 总存在一个由图中网格线围成的矩形, 其 4 个顶点为同色格点.

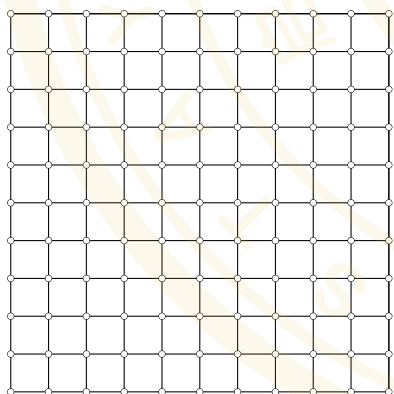


图 3.2

第 4 届图南少年数学人才搜索

校名: _____ 省 _____ 年级: _____ 姓名: _____

考前说明

考试时间: 2026 年 4 月 19 日 9:00-10:40. 试卷共 4 道试题, 每题 25 分, 满分 100 分.

题 4.1

(来源: 成 题)

求所有三元正整数组 (p, q, n) , 其中 p 和 q 为素数, 且满足

$$20p + 26q = n^2 + 48.$$

题 4.2

(来源: 成 题)

如图 4.1, $\triangle ABC$ 满足 $AB < AC$, 外接圆为 Ω , 外心为 O , 内心为 I . 不含 A 的 \widehat{BC} 的中点为 M . 直线 OI 交 Ω 于 E 和 F , 直线 BC 交 ME 、 MF 分别于 K 、 L . 已知 $IA = IM$. 求证: $IKML$ 是矩形.

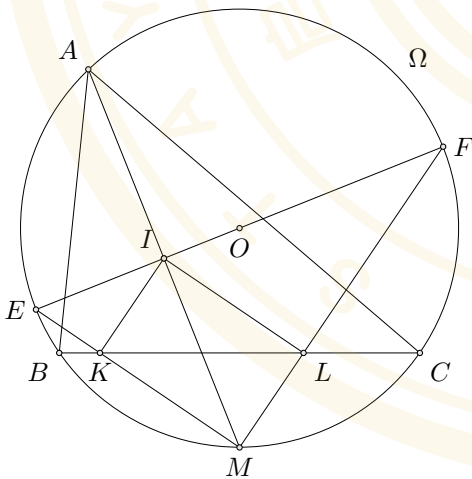


图 4.1

题 4.3

(供题: 费振鹏)

求最大的正整数 n , 使得存在 $i \in \{0, 1, 2, \dots, 2026\}$, 满足

$$(n+i)^2 \mid n(n+1)(n+2)\cdots(n+2026).$$

题 4.4

(供题: 费振鹏)

将正 2026 边形的所有顶点, 一半染成红色, 一半染成蓝色. 若一条直线经过其中的一个红点和一个蓝点, 并且在该直线的每一侧, 红点数与蓝点数相同, 则称此直线为靛线. 求证: 过每个顶点至少有一条靛线, 并求图中靛线条数的最值.

第 5 届图南少年数学人才搜索

校名: _____ 省: _____ 年级: _____ 姓名: _____

考前说明

考试时间: 2026 年 4 月 26 日 9:00-10:40. 试卷共 4 道试题, 每题 25 分, 满分 100 分.

题 5.1

(供题: 费振鹏)

任意锐角三角形 ABC , 能否判断 $\tan A + \tan B + \tan C$ 与 $\cot A + \cot B + \cot C$ 的大小? 若能, 请证明你的结论; 若不能, 请说明理由.

题 5.2

(供题: 费振鹏)

如图 5.1, P 为锐角 $\triangle ABC$ 的 BC 上固定一点, D 是 AP 上靠近 P 的三等分点, E 是形内满足 $EA = ED$ 的一动点, 过 E 作 BC 的垂线交 BC 于 F . 求证: 存在 $\triangle ABC$ 内的定点 G , 满足 $\angle ADE = \angle EFG$.

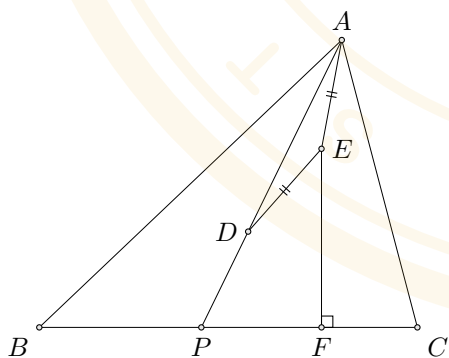


图 5.1

题 5.3

(供题: 陆 春)

若 $N = \underbrace{20262026 \cdots 2026}_{x \text{ 个 } 2026}$ 能被 999 整除, 求 x 的最小值.

题 5.4

(供题: 张承宇)

在正方体的每个顶点上记上一个互异正整数, 在其每条棱上记上其两端点上的数的最大公约数. 问是否有可能使顶点上的数之和等于棱上数之和?

第 6 届图南少年数学人才搜索

校名: _____ 省 _____ 年级: _____ 姓名: _____

考前说明

考试时间: 2026 年 5 月 3 日 9:00-10:40. 试卷共 4 道试题, 每题 25 分, 满分 100 分.

题 6.1

(供题: 费振鹏)

已知抛物线 $y = \frac{10}{11}x^2 + 9x + 29$.

(1) 求证: 存在此抛物线对称轴上的一个定点 F 与平行于 x 轴的定直线 l , 使得此抛物线上任一点到点 F 的距离与到直线 l 的距离相等, 并求点 F 与直线 l ;

(2) 已知 $\triangle ABC$ 的三个顶点 A, B, C 在此抛物线上, 且点 F 是其重心, 求 $FA+FB+FC$ 的值.

题 6.2

(供题: 费振鹏)

如图 6.1, $BC = 2$, A 为半径为 1 的 $\odot B$ 上一点, 连 AC , 在 AC 上方作一个正六边形 $ACDEFG$, 连 BD , 求 BD 的最大值.

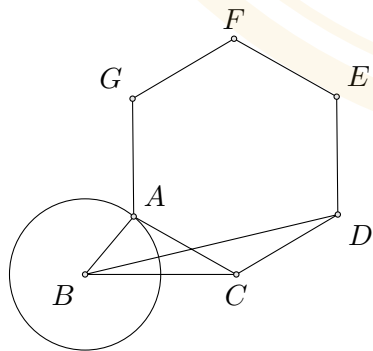


图 6.1

题 6.3

(供题: 费振鹏)

证明: 存在 2026 个连续的正整数, 它们分别能被某个大于 1 的整数的三次方整除.

题 6.4

(供题: 费振鹏)

现将平面上点 A 染成红色, 且这个平面上任意两个相距 2026 的点都被染成同色. 求证: 平面上所有的点都被染成红色.

第 7 届图南少年数学人才搜索

校名: _____ 省 _____ 年级: _____ 姓名: _____

考前说明

考试时间: 2026 年 5 月 10 日 9:00-10:40. 试卷共 4 道试题, 每题 25 分, 满分 100 分.

题 7.1

(供题: 费振鹏)

已知过点 $A(-20, 15)$ 和 $B(6, 30)$ 的抛物线 $y = ax^2 + bx + c$, 对于任意非零的实数 a 恒不过点 $P(x_0 + 5, x_0^2 + 29)$, 求点 P 的坐标.

题 7.2

(来源: 成 题)

如图 7.1, 设 O 是锐角三角形 ABC 的外心. 在边 AB 和 AC 上分别取点 K 和 L , 使得 $OK = BK$ 且 $OL = CL$. 三角形 ABC 与 AKL 的外接圆再次交于点 T . 证明: $AT \parallel BC$.

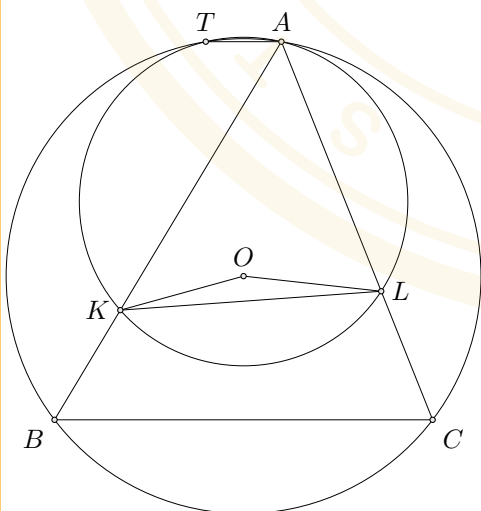


图 7.1

题 7.3

(供题: 费振鹏)

求所有的正整数 x, y , 使得对满足 $x^n - n^y \neq 0$ 的任意正整数 n , 有 $x^n - n^y \mid 25^n - n^{26}$.

题 7.4

(供题: 费振鹏)

给定 13 个大于 1 的正整数中至少有 27 对是互素的. 求证: 其中必存在四个整数 a, b, c, d , 满足 $\gcd(a, b) = \gcd(b, c) = \gcd(c, d) = \gcd(d, a) = 1$.

第 8 届图南少年数学人才搜索

校名: _____ 省 _____ 年级: _____ 姓名: _____

考前说明

考试时间: 2026 年 5 月 17 日 9:00-10:40. 试卷共 4 道试题, 每题 25 分, 满分 100 分.

题 8.1

(供题: 费振鹏)

已知 x, y 为任意实数, 求 $|11x + 3y|, |9 - 22y|, |11x - 3y|$ 三个数中最大数的最小值.

题 8.2

(供题: 费振鹏)

如图 8.1, AB 为半圆的直径, C 为 \widehat{AB} 上一点, $CD \perp AB$ 于 D , 弦 $CE = CF = CD$, EF 交 CD 于 G . 连 AC, BC 分别交 EF 于 H, I . 求证: 四边形 $CHDI$ 是矩形, 且 $CG = DG$.

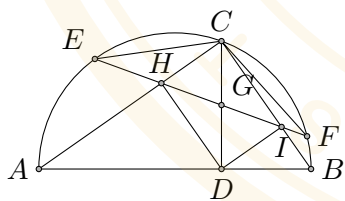
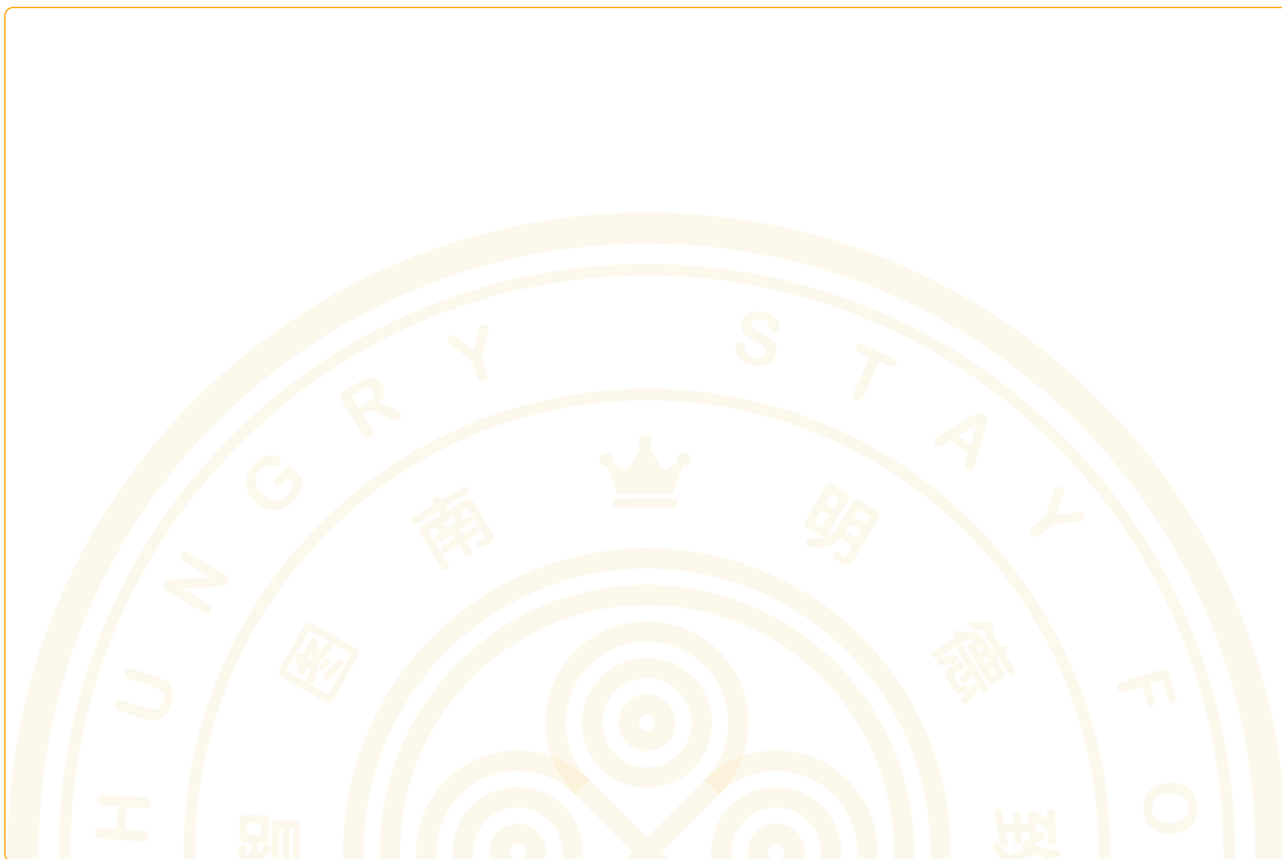


图 8.1

题 8.3

(供题: 费振鹏)

求所有使 $2^{10} + 2^{16} + 2^n$ 为完全平方数的正整数 n .



题 8.4

(供题: 费振鹏)

已知 $M = \{1, 2, \dots, 2026\}$. f 是元素和模 64 余 1 的 M 的子集的个数, s 是元素和模 16 余 4 的 M 的子集的个数. 求证: $s = 4f$.

