

2023年“思维100”STEM应用能力活动（春季）

六年级参考内容

1. 计算机内部存储信息都是用二进制表示数字，而不是十进制。理解二进制对理解计算机原理至关重要。

十进制的 0 写成二进制是 0；

十进制的 1 写成二进制是 1；

十进制的 2 写成二进制是 10；

十进制的 3 写成二进制是 11；

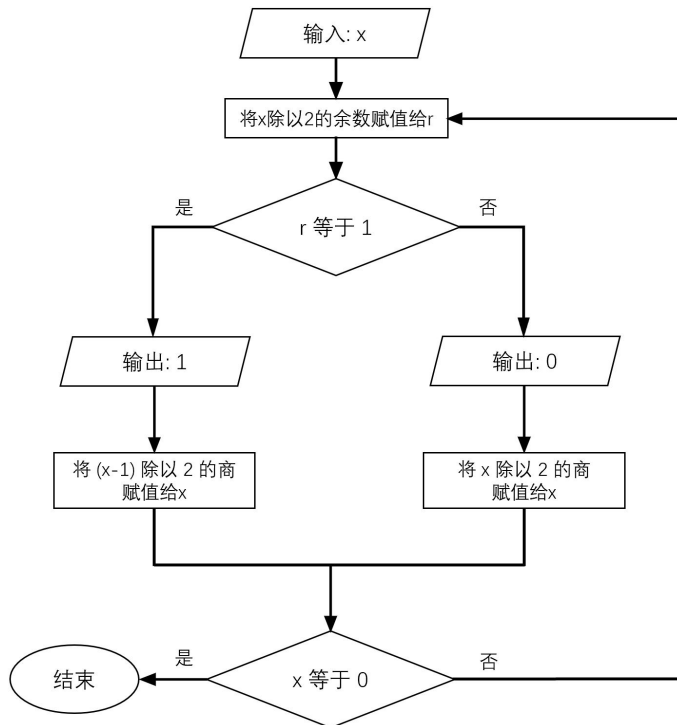
十进制的 4 写成二进制是 100；

十进制的 5 写成二进制是 101。

总结以上规律，十进制的 1022 写成二进制是_____，十进制的 20 阶乘写成二进制后末尾有_____个连续的 0。

【答案】1111111110；18

2. 根据以下流程图，当输入数值 $x=100$ 时，输出的结果为_____。



【答案】0010011

3. 现在的智能手机都有日历功能，你希望增加一个“回文日期”的提醒设置。所谓“回文日期”，是指这一天的日期所构成的包含年月日的8位数（年4位，月2位，日2位），是一个回文数，即从左往右读和从右往左读结果一样。例如：2021年12月2日，用8位数表示为20211202，是一个回文数，这一天就是一个回文日期；101年10月10日，用8位数表示为01011010（表示年份的数若不足四位，前面也用“0”补齐），也是一个回文数，这一天也是一个回文日期。那么，从公元1年（0001年）1月1日到9999年12月31日之间，一共有_____个回文日期。

【答案】366

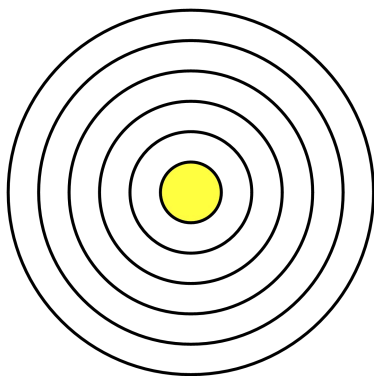
4. 你还希望在日历功能里加入传统中国年历。中国古代使用天干地支的方法记录年份，简化后，“甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛、壬、癸”称为十天干，“子、丑、寅、卯、辰、巳、午、未、申、酉、戌、亥”称为十二地支。例如2021年是辛丑年，2022年是壬寅年，2023年是癸卯年，2024年是甲辰年。根据以上规律，2000年是_____年。

A. 己辰 B. 庚辰 C. 庚巳 D. 辛巳

已知有一年是2000到2100之间的一个庚子年，而且该年的10月22日是星期二，该年是公元_____年（请填写表示年份的四位整数）。

【答案】B, 2080

5. 如图，六个同心圆的半径分别为1、2、3、4、5、6，得到了六个区域：一个中心圆和五个圆环。中心圆已经被涂成黄色，剩下的每个圆环也要涂成黄色或者绿色。要求黄色区域的总面积等于绿色区域的总面积，则有_____个圆环被涂成了绿色。



【答案】2

6. 作为一位掌握高科技的摄影师，你擅长用计算机将若干张个人照片组合成集体照。一个摄影兴趣小组，由 7 位男生和 4 位女生组成，每个人都有单独的个人照片，现在你需要用他们的个人照片合成集体照。要求 11 人排成一排，希望尽量安排男女间隔，但是男生数量较多，于是允许有 2 对男生可以相邻（但这 2 对男生之间必须间隔至少一位女生），其余 3 位男生身边只能是女生，每位女生左右两边只能是男生；男生身高各不相同，必须按照从高到矮的顺序从左往右排列；整个队列最左边是男生，最右边也是男生。以上要求都已经添加到计算机的程序里了。那么，计算机一共能合成_____种符合要求的集体照的排列可能。

【答案】240

7. 有一套自动绘制三角形的软件，能自动绘制出所有符合要求的三角形。已知要绘制的三角形三条边是互不相同的正整数。不妨设三角形的三条边长分别为 a 、 b 、 c ，且 $a < b < c$ 。同时要求所有边长都不能超过 n 。一旦选定了边长 (a, b, c) ，三角形的形状大小也就确定了。例如：当 $n=4$ 时，只有绘制出 1 种三角形，三条边长为 $(2, 3, 4)$ ；当 $n=5$ 时，有 $(2, 3, 4)$ 、 $(2, 4, 5)$ 、 $(3, 4, 5)$ 共 3 种三角形。那么，当 $n=10$ 时，一共能绘制出_____种不同的三角形。

【答案】50

8. 假设你是一个网络购物平台的负责人，有一天你突然发现系统故障，当天 n 位网购用户投诉他们收到的不是自己购买的商品。经过排查发现，由于程序出错，将这 n 位用户的送货地址打乱了。具体来讲，这 n 位用户每人购买了一件商品，每人恰好收到一件商品，但是均没有拿到原本自己购买的商品。举例： $n=2$ 时，令两人为 A 和 B，此时送错商品只有 1 种可能性，就是 A 收到了 B 的商品，B 收到了 A 的商品。那么， $n=3$ 时，有_____种送错的可能； $n=4$ 时，有_____种送错的可能； $n=5$ 时，有_____种送错的可能。

【答案】2；9；44

9. 有一个礼品工厂正在生产新的盲盒礼品。已知共有 n 个不同的小礼品，需要随机放入 m 个外观完全相同的包装盒里，注意盒子不能空着。例如：当 $n=3$ ， $m=2$ 时，表示将 3 个不同的小礼品放入 2 个相同的包装盒里，此时共有 3 种方案：

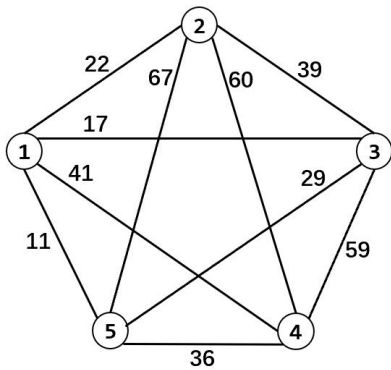
- ①1号礼品和2号礼品放一起，3号礼品独立放；
- ②1号礼品和3号礼品放一起，2号礼品独立放；
- ③2号礼品和3号礼品放一起，1号礼品独立放。

那么，当 $n=4$ ， $m=2$ 时，共有_____种方案；

当 $n=7$ ， $m=3$ 时，共有_____种方案。

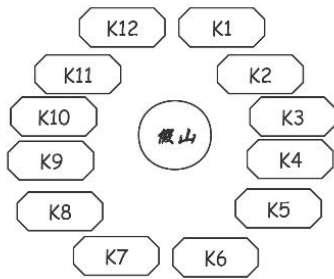
【答案】 7, 301

10. 物流快递是现代社会的不可或缺的一部分，如何科学规划快递路线对物流效率至关重要。如图，假设你是一位快递员，初始时在1号地点，目前手里有4份快递分别要送去2、3、4、5号地点，这5个地点间的通行时间已标注在图中（单位：分钟）。现在，你从1号地点出发，完成所有投递任务后再回到1号点。如果允许多次经过同一个地点，那么最少用时_____分钟，能达到这个最少用时的最优投递路线一共有_____条。



【答案】 163; 4

11. 疫情封控期间，社区居民不能自由出入楼栋。某小区有12栋楼，围绕着中心的假山而建（如图），每栋楼都有一个孩子。于是傍晚的时候，各楼栋的孩子们利用喇叭一起进行喊话报数游戏。大家按照顺时针方向，从K1的孩子开始，按1、2、3依次报数，报到3的人被淘汰，下一个接着从1开始重新报数，如此反复，直到剩下最后一个人就是胜利者。则最后胜利者的楼栋号是K_____（直接写数字，不必写“K”）。



【答案】10

12. 第二轮游戏时，K12 楼的孩子不参加了，即现在变成了 11 个人报数，报数规则不变，仍然从 K1 开始，那么本轮游戏的胜利者所在的楼栋号是 K_____（直接写数字，不必写“K”）。第三轮游戏时，K11 的孩子也不参加了，其他规则不变，则第三轮的胜利者楼栋号是 K_____（直接写数字，不必写“K”）。

【答案】7; 4

13. 通过三轮游戏，你是否能发现其中的规律？如果有 n 个人参与报数游戏（将他们依次从 $1 \sim n$ 编号），按 1、2、3 顺序报数，报到 3 的人淘汰，最后胜利者的编号用 $f(n)$ 表示，那么 $f(n)$ 与 $f(n-1)$ 的关系表达式是_____。（关于 mod 运算：取模运算，求余数，例如 $5 \bmod 3 = 2$ ，为计算 $5 \div 3$ 的余数，结果为 2。）

- A. $f(n) = f(n-1) + 3$ B. $f(n) = [f(n-1) + 3] \bmod n$
 C. $f(n) = [f(n-1) + 3] \bmod (n-1)$ D. $f(n) = [2f(n-1) - 4] \bmod (n-1)$

【答案】B

14. 你作为队长，在冬冬、晴晴的鼓励下，报名参加博弈游戏训练营。第一关，所有营员被两两分组，同一组的两个营员竞拍同一件商品，成功拍下商品的人获胜。拍卖规则如下：

- (1) 拍卖起始，底价均为 0，两个人轮流开始加价；
- (2) 两个人每次加价的幅度在 $1 \sim N$ 之间；
- (3) 当某一人的叫价大于或等于商品的预期售价 M 时，他就成功拍下了该商品。

你和对手竞拍的是一块土地。我们假设，轮到你加价时，你对手之前的加价为 K （对手每次加价的 K 未必相同）。

若 $M = (N + 1)R + S$ ，且 $R, S \in \mathbb{Z}^+$ ， $S < N$ ，你应选择 ① 加价顺序，并且第一次加价 ②，能使得你最后成功拍下这块土地的可能性更大。（本题为单选题，各选项中的①、②分别对应①号空格与②号空格）

- A. ①先手；② S
- B. ①后手；② S
- C. ①先手；② $N+1-K$
- D. ①后手；② $N+1-K$

【答案】A

15. 你轻松地在第一关中获胜，来到第二关，再一次被两两分组，进行两人之间的博弈游戏：

有 n 堆石子，每堆数量分别为 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ ，

- (1) 两人轮流取石子；
- (2) 每次选择其中任意一堆石子，并取走至少一颗石子（即可以选择一堆，从中取走 1 颗或 2 颗……或全部取走，但是不能不取）
- (3) 谁最后无石子可取（即对方已拿走最后一颗石子），则输掉游戏。

若有两堆石子，可以分为石子数量相同和不相同两种情况。那么，两堆石子数量相同时，你的必胜策略是_____；

- A. 先取，取 a_2-1 颗
- B. 后取，对方取多少，就跟着取多少

两堆石子数量不相同（假设 $a_1 < a_2$ ），你的必胜策略是_____。

- A. 先取，取 a_2-a_1 颗
- B. 后取，对方取多少，就跟着取多少

【答案】B、A

16. 当 $n=3$ （三堆石子）时，情况就会变得复杂一点，用 $[a_1, a_2, a_3]$ 来表示石子堆的局面。若约定 $1 \leq a_1 \leq a_2 \leq a_3$ ，先手取石子最后一定能赢的称为必胜局。那么根据两堆石子的必胜经验，当 $[a_1, a_2, a_3]$ 满足关系_____时，为必胜局。（本题多选）

A. $a_1 < a_2 < a_3$

B. $a_1 = a_2 < a_3$

C. $a_1 < a_2 = a_3$

D. $a_1 = a_2 = a_3$

【答案】B、C、D

17. 当 n 不断增大, $[a_1, a_2, a_3 \cdots a_n]$ 的情况也变得更复杂, 你发现可以用二进制的思路来分析取石子的问题。仍以 $n=3$ 为例, 对于 $[3, 13, 14]$ 、 $[7, 9, 12]$ 这两种情况, 你将它们转化为二进制来表示, 如下表。

	2^3	2^2	2^1	2^0
3	0	0	1	1
13	1	1	0	1
14	1	1	1	0

	2^3	2^2	2^1	2^0
7	0	1	1	1
9	1	0	0	1
12	1	1	0	0

已知 $[3, 13, 14]$ 是先手必败局 (即后取石子的人有必胜策略), 而 $[7, 9, 12]$ 为先手非必败局。比对两张二进制表, 你发现, 如果表中 2^0 、 2^1 、 2^2 ……各列下方的 1 的数量都是偶数, 那么这一定是一个先手必败局。例如 $[3, 13, 14]$ 中, 2^0 、 2^1 、 2^2 、 2^3 每一列下方 1 的个数都是 2, 故为先手必败局; 而 $[7, 9, 12]$ 中, 2^1 下方 1 的个数为 1, 是奇数, 故为先手非必败局。那么下面几组 $[a_1, a_2, a_3]$ 中, _____ 是先手必败局。(本题多选)

A. $[5, 13, 14]$

B. $[3, 5, 6]$

C. $[4, 8, 12]$

D. $[2, 5, 7]$

E. $[6, 10, 13]$

F. [5, 8, 12]

【答案】B、C、D

18. 根据以上的规律，若现有 $[a_1, a_2, a_3, a_4]=[7, 9, 12, 15]$ ，作为先手，想要形成必胜局，有_____种取石方案。

【答案】3