

方程组的实数解

 单 博

问题

求方程组

$$\begin{cases} x^3 + 2x - y = 1, & (1) \\ y^3 + y + x = 11 & (2) \end{cases}$$

的实数解.

解析

解: 两个方程都是三次. 啊呀! 难啊!

蜀道之难难于上青天.

可是这题很容易!

如果 $x \leq 0$, 那么由 (1), $y \leq 0$. 但代入 (2), 左边 ≤ 0 . 所以 $x > 0$.

$x = 1$ 时, 由 (1), $y = 2$. 代入 (2), 正好两边相等.

我找到了! $\begin{cases} x = 1, \\ y = 2 \end{cases}$ 是方程组的解! 但是, 方程组仅此一解吗?

若 $x > 1$, 则由 (1), $y > 2$. 代入 (2), 左边 > 11 .

若 $0 < x < 1$, 则由 (1), $y < 2$. 代入 (2), 左边 < 11 .

所以原方程组有且仅有一个实数解 $\begin{cases} x = 1, \\ y = 2. \end{cases} \quad \square$