



2023 成都中考数学第 22 题

费振鹏

成都 22

如图 1, 在  $\text{Rt}\triangle ABC$  中,  $\angle ABC = 90^\circ$ ,  $CD$  平分  $\angle ACB$  交  $AB$  于点  $D$ , 过  $D$  作  $DE \parallel BC$  交  $AC$  于点  $E$ , 将  $\triangle DEC$  沿  $DE$  折叠得到  $\triangle DEF$ ,  $DF$  交  $AC$  于点  $G$ . 若  $\frac{AG}{GE} = \frac{7}{3}$ , 则  $\tan A = \underline{\hspace{2cm}}$ .

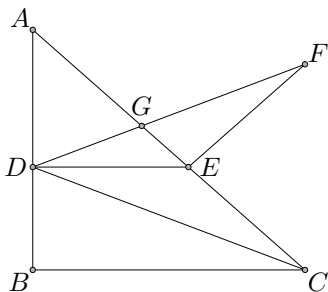


图 1

解析

解: 如图 2.

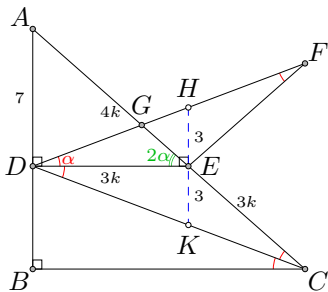


图 2



过  $E$  作  $AB$  的平行线, 交  $DF$  于  $H$ , 交  $DC$  于  $K$ .

由轴对称性, 知  $EH = EK$ .

$$\text{由 } \frac{AG}{GE} = \frac{7}{3} \implies \frac{EK}{AD} = \frac{EH}{AD} = \frac{7}{3}$$

设  $CE = DE = 3k$ , 则  $AE = 4k$ . 从而  $AD = \sqrt{7}k$ .

$$\text{因此 } \tan A = \frac{DE}{AD} = \frac{3\sqrt{7}}{7}. \quad \square$$

### 后记

若熟悉正切二倍角公式, 则还可解答如下.

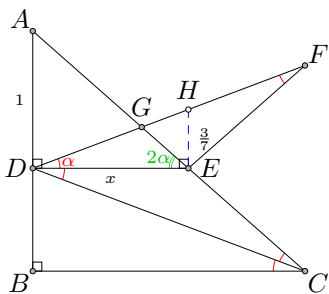


图 3

如图 3. 过  $E$  作  $EH \parallel AB$  交  $DF$  于  $H$ .

不妨设  $DE = x$ ,  $AD = 1$ , 则  $\tan A = x$ .

记  $\angle EDF = \alpha$ , 则  $\angle AED = 2\alpha$ . 且

$$\tan \alpha = \frac{HE}{DE} = \frac{3}{7x}, \quad \tan 2\alpha = \frac{1}{x}.$$

由正切二倍角公式, 得

$$\frac{1}{x} = \frac{2 \cdot \frac{3}{7x}}{1 - \left(\frac{3}{7x}\right)^2}.$$

化简即  $7x^2 = 9$ . 舍去负根, 得  $x = \frac{3\sqrt{7}}{7}$ .

$$\text{即 } \tan A = \frac{3\sqrt{7}}{7}. \quad \square$$