



2026 深圳一模第 14 題

微信公众号“奇趣数学苑”2026年3月4日发表的《今天模拟最火一题》，文中的题为2026年深圳市高三年级第一次调研考试数学试卷中填空题第14小题，具体问题如下.

问题

已知 a_1, a_2, \dots, a_8 是 8 个正整数, 记
 $S = \{a_{i_1} + a_{i_2} + \dots + a_{i_7} \mid 1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_7 \leq 8\}$,
其中 $i_1, i_2, \dots, i_7 \in \mathbb{N}^*$, 若
 $S = \{82, 83, 84, 85, 86, 87, 89\}$,
则这 8 个正整数中的最大数与最小数的和为 _____.

本题用到余数与整除的知识. 若抛开集合的概念, 则只需有小学数学基础就可轻松求解此题, 参考解答在下页.



解析

解答: 不妨设

$$a_1 \leq a_2 \leq \cdots \leq a_8,$$

$$\Sigma = a_1 + a_2 + \cdots + a_8,$$

则由题意知

$$\Sigma - a_1 = 89, \quad \Sigma - a_8 = 82.$$

$$(a_1 + a_8) = 2\Sigma - 171. \quad (1)$$

注意到

$$(\Sigma - a_1) + (\Sigma - a_2) + \cdots + (\Sigma - a_8) = 7\Sigma,$$

且 $(\Sigma - a_1), (\Sigma - a_2), \dots, (\Sigma - a_8) \in S$, 又其中 7 个的和为 (另一个和是这 7 个元素中的某个元素, 重复出现了一次)

$$\begin{aligned} & 82 + 83 + 84 + 85 + 86 + 87 + 89 \\ &= 80 \times 7 + 36 \equiv 1 \pmod{7}, \end{aligned}$$

及 S 中的元素中仅有 83 对模 7 的剩余为 6. 所以

$$7\Sigma = 80 \times 7 + 36 + 83.$$

$$\Sigma = 80 + 17 = 97.$$

(易知这 8 个数为: 8, 10, 11, 12, 13, 14, 14, 15.)

代入式 (1) 得 (或由 $8 + 15 = 23$)

$$a_1 + a_8 = 2 \times 97 - 171 = 23. \quad \square$$