2023 陕西中考数学填空与解答最后一题

题 13

如图 1, 在矩形 $ABCD$ 中, $AB=3$, $BC=4$. 点 E 在边 AD 上, 且 $ED=3$, M、N 分别是边 AB、BC 上的动点, 且 $BM=BN$, P 是线段 CE 上的动点, 连接 PM,PN. 若 $PM+PN=4$, 则线段 PC 的长为 ________.

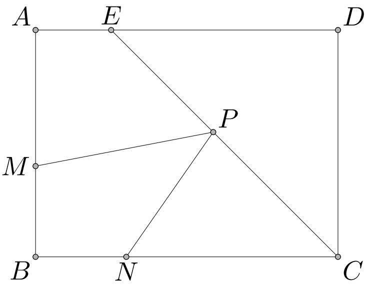

图 1

解析

解: 如图 2.

由 $CD=ED=3$, $\angle D=90^\circ$, 知 $\triangle CDE$ 是等腰直角三角形. 所以 N 关于 CE 的对称点 N' 在 CD 上. 连 PN'. 由 $PM+PN'=PM+PN=4$ 即折线 MPN' 的长为 4, 及 $BC=4$ 是 AB 与 CD 的距离, 故折线 MPN' 是 AB 的垂线段. 进而知 $BMPN$

是矩形. 又 $BM=BN$, 故 $BMPN$ 是正方形. 从而 $PM=PN=2$, $PC=2\sqrt{2}$. $\square$

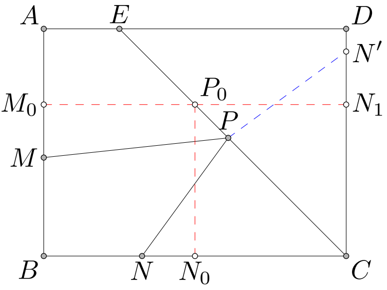

图 2

题 26

(1) 如图 3, 在 $\triangle OAB$ 中, $OA=OB$, $\angle AOB=120^\circ$, $AB=24$. 若 $\odot O$ 的半径为 4, 点 P 在 $\odot O$ 上, 点 M 在 AB 上, 连接 PM, 求线段 PM 的最小值.

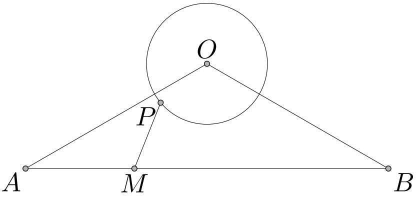

图 3

(2) 如图 4 所示, 五边形 $ABCDE$ 是某市工业新区的外环路, 新区管委会在点 B 处, 点 E 处是该市的一个交通枢纽. 已知: $\angle A=\angle ABC=\angle AED=90^\circ$, $AB=AE=10000\,\mathrm{m}$, $BC=DE=6000\,\mathrm{m}$. 根据新区的自然环境及实际需求, 现要在矩形 $AFDE$ 区域内 (含边界) 修一个半径为 30m 的圆型环道 $\odot O$; 过圆心 O,

作 $OM \perp AB$, 垂足为 M, 与 $\odot O$ 交于点 N, 连接 BN, 点 P 在 $\odot O$ 上, 连接 EP. 其中, 线段 BN、EP 及 MN 是要修的三条道路. 要在所修道路 BN、EP 之和最短的情况下, 使所修道路 MN 最短, 试求此时环道 $\odot O$ 的圆心 O 到 AB 的距离 OM 的长.

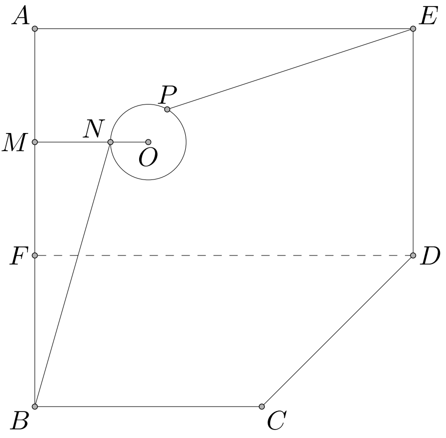

图 4

解析

解: (1) 如图 5. PM 的最小值为 $4\sqrt{3}-4$. 相对较易, 这里就不再赘述.

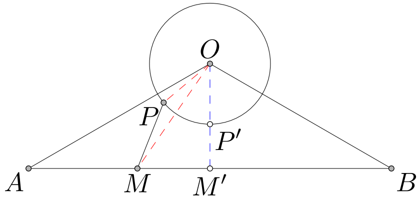

图 5

(2) 如图 6. 在边 AE 上取一点 G, 使得 $EG = 30$.

连 OE, NG, BG.

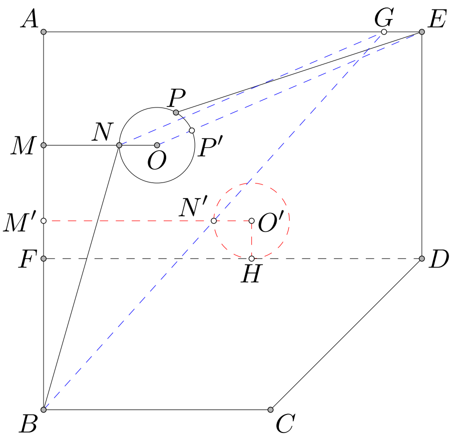

图 6

当 $\odot O$ 位置确定时, EP 最短时 P 即线段 OE 与 $\odot O$ 的交点 P'.

而 $\odot O$ 的半径是固定的, 故 $BN+EP$ 最短时, $BN+OE=BN+NG$ 也最短. 所以 N 在线段 BG 上时满足 $BN+EP$ 最短.

同时要求 MN 最短, 即当 N 在 BG 上, 且 $\odot O$ 与 FD 相切于其上侧.

由 $\dfrac{M'N'}{BM'}=\dfrac{AG}{AB}$, 得

$$\frac{O'M'-30}{4000+30}=\frac{10000-30}{10000}.$$

解得 $O'M'=4047.91$.

综上, 所求 OM 的长为 4047.91m. □