



澳大利亚数学奥林匹克



www.omaths.com

2018 (中级)

题 1.1 (2018 澳大利亚数学奥林匹克 (中级) 第 10-1 题)

求正整数 x ($0 \leq x \leq 9$), 使得 $2x7$ 与 39 的乘积的十位数字为 9 .

题 1.2 (2018 澳大利亚数学奥林匹克 (中级) 第 10-2 题)

记 x 在 t 进制表示下的数为 x_t . 若 $234_{b+1} - 234_{b-1} = 70$, 问: 234_b 在十进制下为多少?

题 1.3 (2018 澳大利亚数学奥林匹克 (中级) 第 10-3 题)

已知正方形 $ABCD$ 的外接圆 $\odot O$ 半径为 10 . 以 AB 为直径在正方形外画一个半圆, 求该半圆在 $\odot O$ 以外的区域的面积.

题 1.4 (2018 澳大利亚数学奥林匹克 (中级) 第 10-4 题)

求 $50! = 1 \times 2 \times \cdots \times 50$ 的末位非零数字.

题 1.5 (2018 澳大利亚数学奥林匹克 (中级) 第 10-5 题)

已知某立方体的每条边上都有三等分点, 每个顶点都被过最临近该点的三个三等分点的平面割掉, 剩下的多面体有 24 个顶点. 问: 在这些顶点间可连多少条对角线 (位于多面体内部)?



题 1.6 (2018 澳大利亚数学奥林匹克 (中级) 第 10-6 题)

在 $\square ABCD$ 中, P 为 AB 上的点, 且 DP 平分 BC 于点 N . Q 为 BA 上的点, 且 CQ 平分 AD 于点 M . 直线 DP 与 CQ 交于点 O . 若 $S_{\square ABCD} = 192$, 求 $S_{\triangle POQ}$.

题 1.7 (2018 澳大利亚数学奥林匹克 (中级) 第 10-7 题)

已知两不相等正整数 a, b 满足 $a^2 - b^2 = 2018 - 2a$. 求 $a + b$ 的值.

题 1.8 (2018 澳大利亚数学奥林匹克 (中级) 第 10-8 题)

设 Q 为 $\triangle ABC$ 边 BC 的中点, P 为 AC 上满足 $CP = 3PA$ 的一点, R 为 AB 上满足 $S_{\triangle PQR} = 2S_{\triangle RBQ}$ 的点. 若 $S_{\triangle ABC} = 300$, 求 $S_{\triangle PQR}$.

题 1.9 (2018 澳大利亚数学奥林匹克 (中级) 第 10-9 题)

证明 38 是不能表示成两个正奇合数之和的最大偶数.

题 1.10 (2018 澳大利亚数学奥林匹克 (中级) 第 10-10 题)

一对正整数称为“相容”当且仅当其中一数为这对数的数字之和、另一数为这对数的数字之积. 试找出:

- (1) 100 以内所有相容的正整数对;
- (2) 1000 以内所有相容的正整数对, 其中一数大于 99.