



2021 北京市中学生教学竞赛初二试题



www.omaths.com

一、填空题 (每题 5 分, 共 50 分)

题 1.1

$|x-1| + 2|x-2| + 3|x-3| + \cdots + 2020|x-2020| + 2021|x-2021|$ 的最小值在 x 等于 _____ 取到.

题 1.2

方程 $\frac{x+134}{2021} = \frac{2x+216}{1978} - \frac{x+83}{1935}$ 的解的整数部分是 _____.

题 1.3

设 m_1, m_2, \dots, m_{13} 是 13 个两两不同的正整数, $m_1 + m_2 + \cdots + m_{13} = 488$, 设 a 是其中任意 3 个数相加得到和的最小值, 则 a 最大可以是 _____.

题 1.4

满足 $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ 且 $|a|, |b|, |c| \leq 11$ 的整数 a, b, c 一共有 _____ 组.

题 1.5

如图 1.1 所示, $\angle ADC = 72^\circ$, $\angle ABC = 36^\circ$, $\angle AEG = \frac{1}{3}\angle AEC$, $\angle AFG = \frac{2}{3}\angle AFC$, 则 $\angle EGF =$ _____.

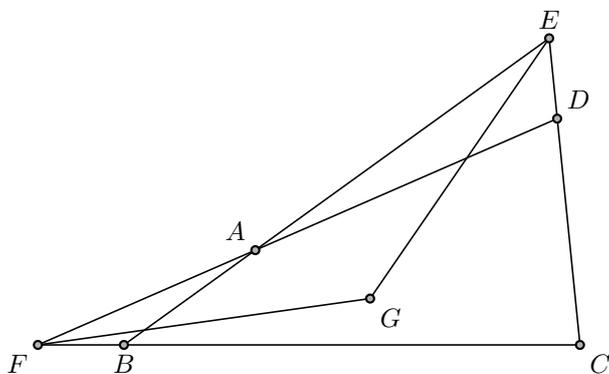


图 1.1

题 1.6

已知 a, b, c 满足
$$\begin{cases} 2021a + b + c = 2022, \\ a + 2021b + c = 2023, \\ a + b + 2021c = 2024, \end{cases}$$
 则 $b =$ _____.

题 1.7

设 $f(a, b, c)$ 是 $(a+b+c)^7 - a^7 - b^7 - c^7$ 的四次不可约因式且 $f(a, b, c)$ 的系数的最大公因数是 1, 则 $|f(1, 1, 1)| =$ _____.

**题 1.8**

期末考试结束后,甲、乙、丙、丁 4 名同学在一起讨论. 甲认为丁自然第一,乙认为丙数学第一,丙认为甲语文不是第一,丁认为乙英语第一. 成绩公布后发现,这 4 名同学确实分别取得了语文、数学、英语、自然的第一名,但只有取得语文和自然第一名的学生作出的猜测是正确的. 那么数学第一名是 _____.

题 1.9

梯形 $ABCD$ 中, $AB \parallel CD$, O 是对角线交点, 如果 $S_{\triangle COD} = 9$, $S_{\triangle AOB} = 36$, 则梯形 $ABCD$ 面积的整数部分为 _____.

题 1.10

设 a 是一个有理数且 a 的十进制小数表示中, 小数点后连续出现了 2, 0, 2, 1 这四个数字, 则 a 的分母的最小值是 _____.

二、解答或证明题 (第 11 题 10 分, 第 12, 13 题每题 20 分, 共 50 分)**题 1.11**

在实数范围内解方程 $x^3 - 9x^2 + 3x - 3 = 0$.

题 1.12

设 m_1, m_2, \dots, m_{26} 是 26 个正整数且它们的质因数均小于 100. 求证: 其中一定有若干个 (含一个) 正整数的乘积是完全平方数.

题 1.13

直角三角形 ABC 中, $\angle C$ 是直角, $CD \perp AB$ 于 D , $\triangle ACD$ 和 $\triangle BCD$ 的内心分别为 I, J . 延长 IJ 与 BC 交于 K . 求证: $\angle IKC = 45^\circ$.